

Systemtheorie und Regelungstechnik – Abschlussklausur

Prof. Dr. Moritz Diehl, IMTEK, Universität Freiburg, und ESAT-STADIUS, KU Leuven
17. März 2015, 9:00-11:30, Freiburg, Georges-Koehler-Allee 101, HS 026 und HS 036

page	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
points on page (max)	3	10	9	9	9	5	6	7	5	0
points obtained										
intermediate sum										

Note:

Klausur eingesehen am:

Unterschrift des Prüfers:

Nachname:

Vorname:

Matrikelnummer:

Fach:

Studiengang: Bachelor ☐ Master ☐ Lehramt ☐ Sonstiges ☐

Unterschrift:

Füllen Sie bitte Ihren Namen und die anderen Angaben oben ein. Auf den folgenden 10 Seiten finden Sie 38 Fragen mit zusammen 65 Punkten. Geben Sie die Antworten direkt unter den Fragen an oder nutzen Sie bei Bedarf nach Möglichkeit die Rückseite **desselben Blattes** (oder, falls diese bereits voll ist, die leere Seite am Ende) für Ergebnisse, die in die Korrektur einfließen sollen; verweisen Sie zudem direkt bei der Frage im Hauptteil auf die entsprechende Seite. Sie können zudem weiteres weißes Papier für Zwischenrechnungen verwenden, aber bitte geben Sie dieses Extrapapier nicht ab. Als Hilfsmittel ist neben Schreibmaterial und einem Taschenrechner auch ein doppelseitiges Blatt mit Formelsammlung und Notizen erlaubt; einige juristische Hinweise finden sich in einer Fußnote.¹ Machen Sie bei den Multiple-Choice Fragen jeweils genau ein Kreuz bei der richtigen Antwort. Beantworten Sie zunächst die Ihnen einfach fallenden Fragen. Wenn Sie pro Punkt zwei Minuten Zeit rechnen, sind Sie nach ca. 2 Stunden fertig. Viel Erfolg!

1. Ein LTI-System hat die Sprungantwort $h(t) = te^{-t} + 1$ für $t \geq 0$. Was ist die Impulsantwort $g(t)$ für $t \geq 0$?

- (a) ☐ e^{-t} (b) ☐ $e^{-t} - te^{-t}$ (c) ☐ $\delta(t) + e^{-t} - te^{-t}$ (d) ☐ $\delta(t) + e^{-t}$

1

2. Die Übertragungsfunktion der Parallelschaltung von $G_1(s) = \frac{1}{s+1}$ und $G_2(s) = \frac{s+1}{s-1}$ ist:

- (a) ☐ $\frac{1}{s-1}$ (b) ☐ $\frac{1}{s^2-1}$ (c) ☐ $\frac{s+1}{s^2-1}$ (d) ☐ $\frac{s^2+3s}{s^2-1}$

1

3. Sie haben in MATLAB ein System mit dem Kommando “sys=tf([1 1],[1 0 2])” definiert. Welche Übertragungsfunktion haben Sie damit definiert?

- (a) ☐ $\frac{s+1}{s^2+2}$ (b) ☐ $\frac{s^2+2}{s+1}$ (c) ☐ $\frac{2s+1}{s+1}$ (d) ☐ $\frac{s+1}{s^2+2s}$

1

points on page: 3

¹PRÜFUNGSUNFÄHIGKEIT: Durch den Antritt dieser Prüfung erklären Sie sich für prüfungsfähig. Sollten Sie sich während der Prüfung nicht prüfungsfähig fühlen, können Sie aus gesundheitlichen Gründen auch während der Prüfung von dieser zurücktreten. Gemäß den Prüfungsordnungen sind Sie verpflichtet, die für den Rücktritt oder das Versäumnis geltend gemachten Gründe unverzüglich (innerhalb von 3 Tagen) dem Prüfungsamt durch ein Attest mit der Angabe der Symptome schriftlich anzuzeigen und glaubhaft zu machen. Weitere Informationen: <https://www.tf.uni-freiburg.de/studium/pruefungen/pruefungsunfaehigkeit.html>.

TÄUSCHUNG/STÖRUNG: Sofern Sie versuchen, während der Prüfung das Ergebnis ihrer Prüfungsleistung durch Täuschung (Abschreiben von Kommilitonen ...) oder Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel (Skript, Buch, Mobiltelefon, ...) zu beeinflussen, wird die betreffende Prüfungsleistung mit “nicht ausreichend” (5,0) und dem Vermerk “Täuschung” bewertet. Als Versuch gilt bei schriftlichen Prüfungen und Studienleistungen bereits der Besitz nicht zugelassener Hilfsmittel während und nach der Ausgabe der Prüfungsaufgaben. Sollten Sie den ordnungsgemäßen Ablauf der Prüfung stören, werden Sie vom Prüfer/Aufsichtsführenden von der Fortsetzung der Prüfung ausgeschlossen. Die Prüfung wird mit “nicht ausreichend” (5,0) mit dem Vermerk “Störung” bewertet.

4. Ein LTI-System wird durch die Zustandsgleichung $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$ beschrieben,

mit $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, und $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$.

- (a) Was ist das charakteristische Polynom $p_A(\lambda)$?

$p_A(\lambda) =$

2	
---	--

- (b) Was ist die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems?

$G(s) =$

2	
---	--

5. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung $2\ddot{y} + 2\dot{y} + y = \dot{u} - u$ beschrieben. Welcher Übertragungsfunktion entspricht es?

(a) ☐ $\frac{s-1}{s^2+2s+1}$	(b) ☐ $\frac{s-1}{2s^2+2s+1}$	(c) ☐ $\frac{-1}{2s^2+2s+1}$	(d) ☐ $\frac{2s^2+2s+1}{s-1}$
---	--	---	--

1	
---	--

6. Ein System ist durch die Gewöhnliche Differentialgleichung $\dot{y}(t) = \cos(u(t))$ beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

(a) ☐ nur linear	(b) ☐ nur zeitinvariant
(c) ☐ linear und zeitinvariant	(d) ☐ keines von beiden

1	
---	--

7. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung $y(t) = t \int_0^\infty u(t-\tau) d\tau$ beschrieben. Ist das System *linear* und/oder *zeitinvariant* ?

(a) ☐ nur linear	(b) ☐ nur zeitinvariant
(c) ☐ linear und zeitinvariant	(d) ☐ keines von beiden

1	
---	--

8. Ein System in Eingangs-Ausgangsform ist durch die Darstellung $2\ddot{y} + 4\dot{y} - 3y = u$ beschrieben. Berechnen Sie die Matrizen A, B, C, D einer äquivalenten Zustandsdarstellung.

3	
---	--

points on page: 10	
--------------------	--

9. Ein LTI-System hat die Sprungantwort $h(t) = \log(t + 1)$ für $t \geq 0$. Ist das System BIBO Stabil? Begründen Sie.

1	
---	--

10. Welches System wird durch die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s+5}{2s^2-s+4}$ beschrieben ?

(a) ☐ $\dot{y} + 5y = 2\ddot{u} - \dot{u} + 4u$	(b) ☐ $2\ddot{y} - \dot{y} + 4y = \dot{u} + 5u$	(c) ☐ $2\dot{y} - y + 4 = u + 5$	(d) ☐ $2\ddot{y} + 4y = \ddot{u} + 5u$
--	--	---	---

1	
---	--

11. Hintereinanderschaltung von $G_1(s) = \frac{1}{s-2}$ und $G_2(s) = \frac{3}{s^2-2s+1}$ resultiert in dem System $G(s) = \dots$

(a) ☐ $\frac{3}{s^2-s-1}$	(b) ☐ $\frac{s^2+s-5}{s^3-4s^2+5s-2}$	(c) ☐ $\frac{3}{s^3-4s^2+5s-2}$	(d) ☐ $\frac{s-2}{s^2-2s+1}$
--	--	--	---

1	
---	--

12. Bei Systemen mit Eingangssaturation gilt die folgende Aussage: Der PID-Regler ...

(a) ☐ ist der beste Regler, der man benutzen kann.	(b) ☐ darf nie benutzt werden.
(c) ☐ garantiert, keinen Steady-State Fehler zu haben.	(d) ☐ sollte mit Anti-Wind-Up benutzt werden.

1	
---	--

13. Das Kalman Filter ist:

(a) ☐ ein Tiefpassfilter zweiter Ordnung	(b) ☐ ein Hochpassfilter erster Ordnung
(c) ☐ ein optimaler Beobachter	(d) ☐ ein nichtlineares Tiefpassfilter

1	
---	--

14. Welches der folgenden Systeme ist stabil?

(a) ☐ $\frac{s+3}{(s-1)(s+2)}$	(b) ☐ $\frac{s+1}{s^2+s+2}$	(c) ☐ $\frac{s-1}{s^2-s+2}$	(d) ☐ $\frac{s^2+s+2}{s^3+s^2}$
---	--	--	--

1	
---	--

15. Der Bode-Phasenplot des Systems $G(s) = \frac{s+2}{s^2-3s+5}$ ist für hohe Frequenzen konstant und hat den folgenden Wert:

(a) ☐ -90 Grad	(b) ☐ 0 Grad	(c) ☐ 90 Grad	(d) ☐ -180 Grad
---------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------	--

1	
---	--

16. Der Bode-Amplitudenplot des Systems $G(s) = \frac{s-2}{s+4}$ hat für hohe Frequenzen die folgende Steigung:

(a) ☐ 20 dB/Dek	(b) ☐ 0 dB/Dek	(c) ☐ -40 dB/Dek	(d) ☐ -20 dB/Dek
--	---------------------------------------	---	---

1	
---	--

17. Die statische Verstärkung des Systems $G(s) = \frac{2s-15}{s^4+5s^3+8s^2+6s+3}$ ist:

(a) ☐ 2	(b) ☐ -5	(c) ☐ 3	(d) ☐ 5
--------------------------------	---------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

1	
---	--

points on page: 9	
-------------------	--

18. Betrachten Sie das System $G(s) = \frac{2}{(s+3)(s-2)(s+1)}$. Ist das System stabil? Ist es eine gute Idee, den Regleransatz $K(s) = 100 \frac{s-2}{s+2}$ zu benutzen (in einem Standardregelkreis mit negativem Einheitsfeedback)? Begründen Sie.

2

19. Ein LTI-System hat die Sprungantwort $h(t) = 4 \cos(t)$ für $t \geq 0$. Was ist die Impulsantwort $g(t)$ für $t \geq 0$?

- (a) ☐ $-4 \sin(t)$ (b) ☐ $4\delta(t) - 4 \sin(t)$ (c) ☐ $4 \sin(t)$ (d) ☐ $4\delta(t) + 4 \cos(t)$

1

20. Wie viel Information enthält das Bode-Diagramm im Vergleich zum Nyquist-Diagramm?

- (a) ☐ mehr (b) ☐ weniger (c) ☐ gleich (d) ☐ nicht vergleichbar

1

21. Welche Übertragungsfunktion hat das System $\dot{x}(t) = -3x(t) + 2u(t)$, $y(t) = x(t) + u(t)$?

- (a) ☐ $\frac{3}{s-2}$ (b) ☐ $\frac{2}{s-1} + 3$ (c) ☐ $\frac{2}{s+3}$ (d) ☐ $\frac{s+5}{s+3}$

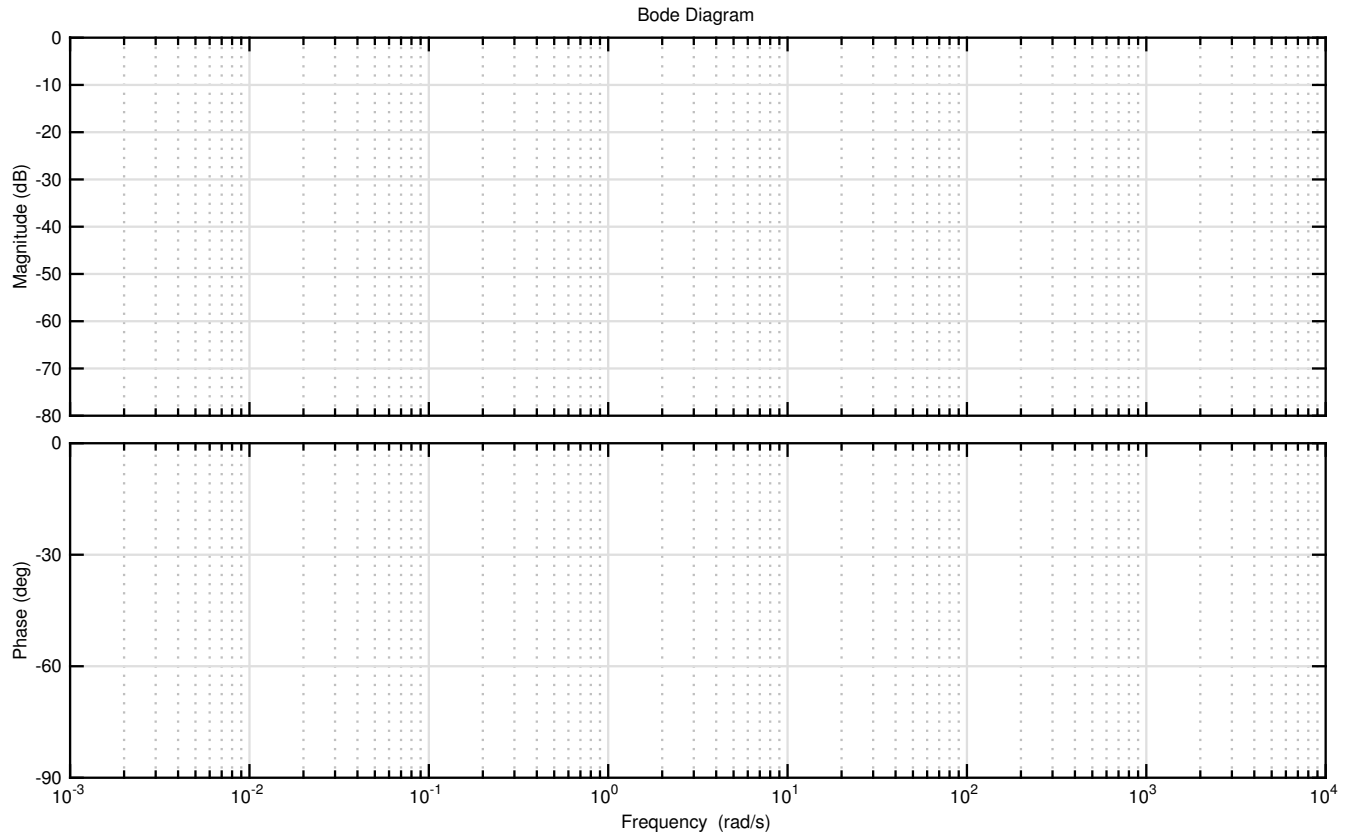
1

22. Betrachten Sie die offene Kette $G_0(s) = \frac{s+38}{s^4+5s^3+4s^2+10s+2}$ und den daraus resultierenden geschlossenen Kreis (mit negativem Einheitsfeedback). Was ist der Steady-State Fehler des geschlossenen Kreises?

- (a) ☐ 5 % (b) ☐ 19 % (c) ☐ 95 % (d) ☐ 81 %

1

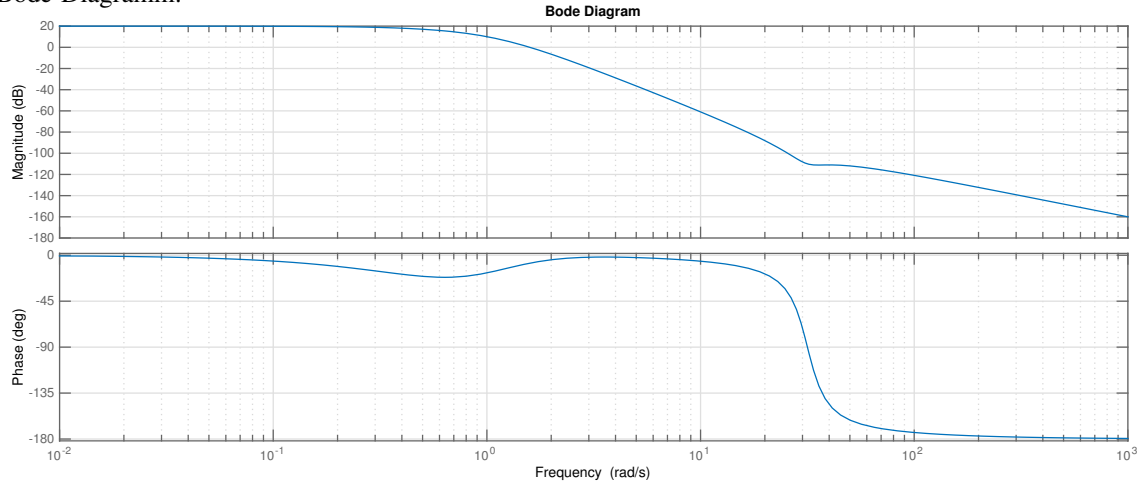
23. Skizzieren Sie das Bode-Diagramm des folgenden Systems: $G(s) = \frac{s+10}{(s+100)(s+0.1)}$



3

points on page: 9

Bild 1: Ein Bode-Diagramm:



24. Was ist der relative Grad (Polüberschuss) des Systems mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) ☐ 0	(b) ☐ 1	(c) ☐ 2	(d) ☐ 3
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

1	
---	--

25. Was ist die statische Verstärkung (DC-Gain) des Systems mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1?

(a) ☐ 10	(b) ☐ 40	(c) ☐ 100	(d) ☐ ∞
---------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	---------------------------------------

1	
---	--

26. Welche Amplituden- und Phasen-reserve hat das System mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1 (in etwa)?

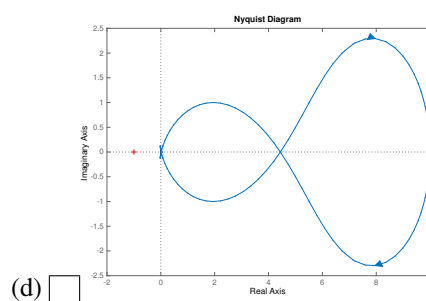
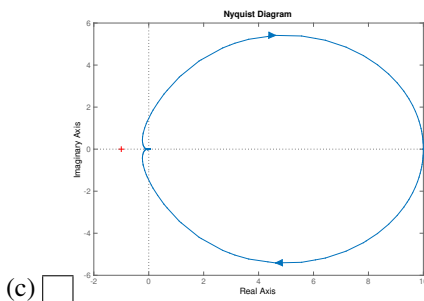
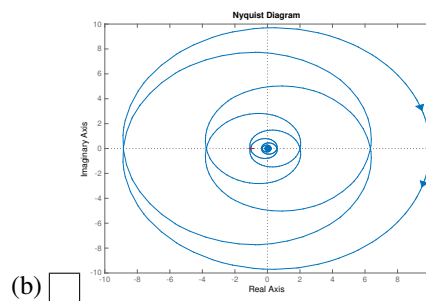
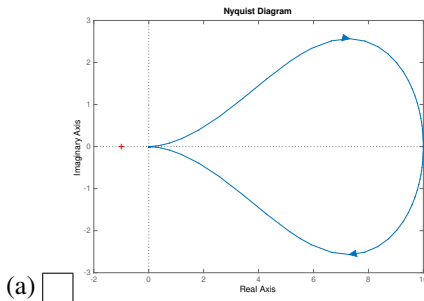
2	
---	--

27. Das System mit dem Bode-Diagramm aus Bild 1 hat mindestens die folgende Ordnung: (Tipp: Schauen Sie an den Frequenzen zwischen 1 und 10 rad/s)

(a) ☐ 1	(b) ☐ 2	(c) ☐ 3	(d) ☐ 4
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

1	
---	--

28. Welche der folgenden Nyquistdiagramme entspricht dem Bodediagramm aus Bild 1?



1	
---	--

points on page: 9

Bild 3: Ein Nyquist-Diagramm (mit dem Einheitskreis in Rot):

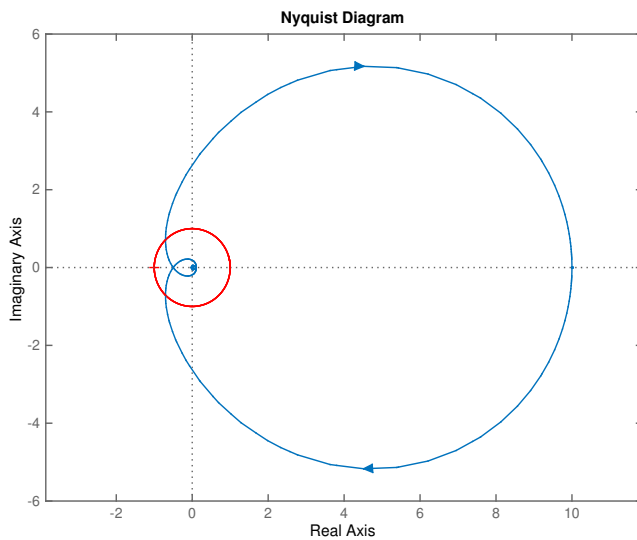
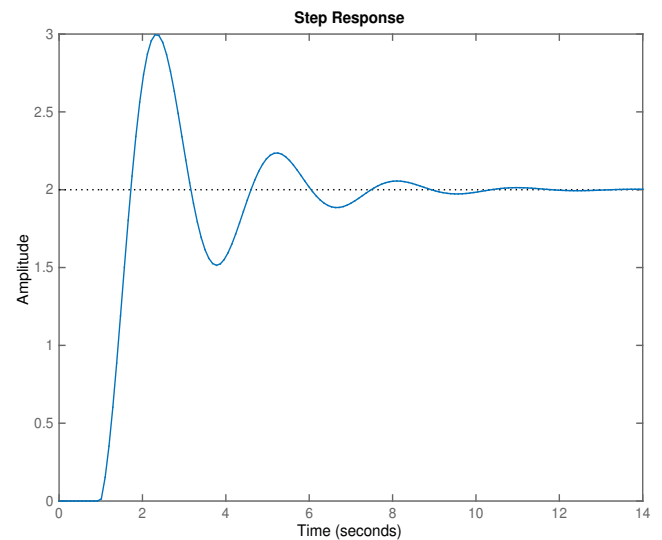


Bild 4: Eine Sprungantwort:



Betrachten Sie das System mit dem Nyquist-Diagramm aus Bild 3, und entscheiden Sie, ob es das Nyquist Stabilitätskriterium erfüllt und wenn ja, mit welcher Amplituden- und Phasenreserve.

29. Welche Amplitudenreserve hat das System aus Bild 3 (in etwa)?

- | | | | |
|------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| (a) ☐ keine | (b) ☐ 0.5 | (c) ☐ 10 | (d) ☐ 2 |
|------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|

1

30. Welche Phasenreserve hat das System aus Bild 3 (in etwa)?

- | | | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| (a) ☐ keine | (b) ☐ 10 Grad | (c) ☐ 45 Grad | (d) ☐ 80 Grad |
|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|

1

31. Betrachten Sie das System mit der Sprungantwort aus Bild 4. Welcher Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht es? Begründen Sie Ihre Antwort mit 3 Argumenten.

- | | | | |
|---|---|---|---|
| (a) ☐ $\frac{s+10}{s^2+s+5}e^{-s}$ | (b) ☐ $\frac{s+10}{s+5}e^{-s}$ | (c) ☐ $\frac{s+1}{s+2}e^{-2s}$ | (d) ☐ $\frac{s+5}{s^2+s+5}e^{-2s}$ |
|---|---|---|---|

1.

2.

3.

3

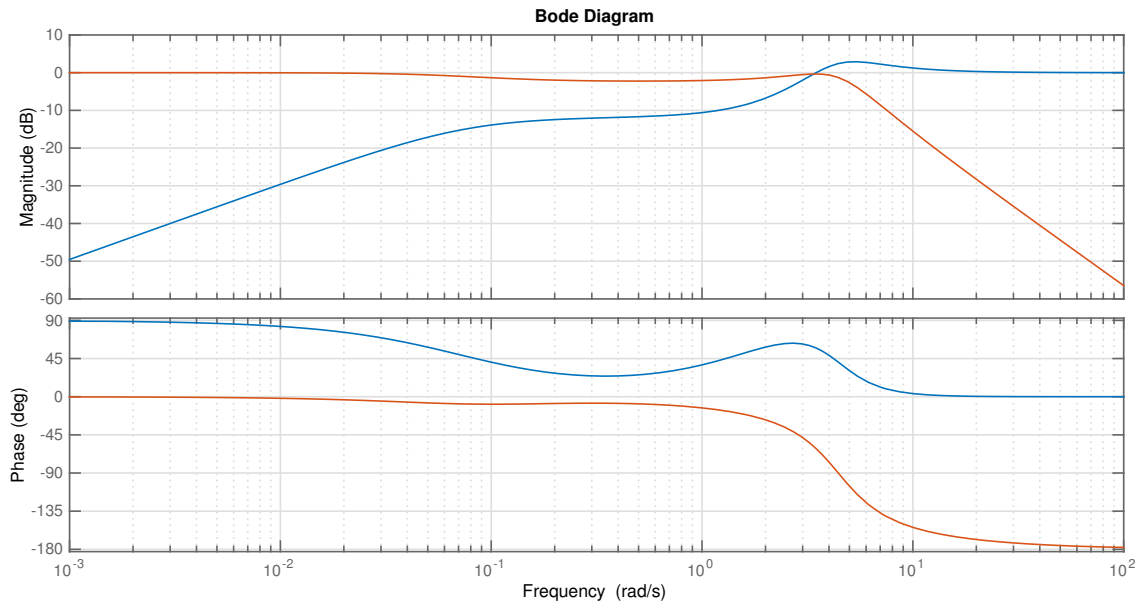
32. Betrachten Sie das System $G(s) = \frac{s+5}{(s+1)(s+2)(s+3)}e^{-10s}$. Der Limes der Phase $\arg G(j\omega)$ für $\omega \rightarrow \infty$, $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \arg G(j\omega)$, ist

- | | | | |
|-----------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|--|
| (a) ☐ -270 | (b) ☐ 0 | (c) ☐ -180 | (d) ☐ $-\infty$ |
|-----------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|--|

1

points on page: 5

Bild 5: Bode-Diagramme der Sensitivitätsfunktion $S(s)$ (Blau) und der komplementären Sensitivitätsfunktion $T(s)$ (Rot).



Ein System $G(s)$ wurde durch den Ansatz $K(s)$ geregelt. Die Sensitivitätsfunktion $S(s) = \frac{1}{1+K(s)G(s)}$ und die komplementäre Sensitivitätsfunktion $T(s) = 1 - S(s)$ sind in Bild 5 dargestellt.

33. Erklären Sie die Bedeutung der Sensitivitätsfunktion $S(s)$ und der komplementären Sensitivitätsfunktion $T(s)$.

2	
---	--

34. Ist der geschlossene Kreis für Referenzsignale mit einer Frequenz von 10 rad/s geeignet? Begründen Sie Ihre Antwort.

1	
---	--

35. Ist der geschlossene Kreis für Messrauschen mit einer Frequenz von 0.1 rad/s geeignet? Begründen Sie Ihre Antwort.

1	
---	--

36. Ist der geschlossene Kreis für Störungen mit einer Frequenz von 0.1 rad/s geeignet? Begründen Sie Ihre Antwort.

1	
---	--

points on page: 6	
-------------------	--

37. Betrachten Sie das folgende nichtlineare System in Zustandsform:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_1(x_2 + x_3) + u \\ x_1^2 - 1 \\ x_1x_2 \end{bmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie die zwei Gleichgewichtszustände $x^{ss,1}$ und $x^{ss,2}$ für $u^{ss} = 0$.

2	
---	--

- (b) Nehmen Sie den Gleichgewichtszustand, dessen erste Komponente positiv ist. Linearisieren Sie das System im Punkt (x^{ss}, u^{ss}) um das LTI-System $\frac{d\Delta x}{dt} = A\Delta x + B\Delta u$ in den Variablen $\Delta x(t) = x(t) - x^{ss}$, $\Delta u(t) = u(t) - u^{ss}$ zu erhalten.

$A =$	$B =$
-------	-------

2	
---	--

- (c) Definieren Sie, wann man ein LTI-System $\dot{x} = Ax + Bu$, *steuerbar* nennt. Ist das linearisierte System steuerbar?

2	
---	--

- (d) Wir wollen einen Zustandsregler entwerfen. Finden Sie (durch Rechnung auf Papier) eine Matrix K , so dass die Closed-Loop Systemmatrix $A_{CL} = A - BK$ die drei (stabilen) Eigenwerte -1 , -2 und -5 hat.

3	
---	--

points on page: 7	
-------------------	--

38. Modellieren Sie ein Modellflugzeug. Benutzen Sie die folgenden Vereinfachungen:

- der Auftrieb (lift) L [N] ist immer vertikal (z -Richtung) und durch die folgende Formel gegeben: $L = c_L \alpha v^2$, wo v die Geschwindigkeit des Flugzeugs, α der Anstellwinkel in rad (der erste Eingang unseres Systems) und $c_L = 1 \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ ein Koeffizient sind
 - der Luftwiderstand (drag) D [N] ist immer horizontal und durch die folgende Formel gegeben: $D = c_D \alpha^2 v^2$, wo $c_D = 1 \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ ein Koeffizient ist
 - die Geschwindigkeit des Flugzeugs v wird nur durch den Schub (thrust) T [N] und den Luftwiderstand D beeinflusst. Der Schub ist der zweite Eingang unseres Systems.
 - die vertikale Geschwindigkeit w ist vernachlässigbar im Vergleich zur Horizontalgeschwindigkeit v .
 - um die Rechnungen zu vereinfachen, nehmen wir an, dass die Erdbeschleunigung $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ist (statt $9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)
 - die Masse des Flugzeugs ist $m = 1 \text{ kg}$
- (a) Schreiben Sie das Modell als eine Differentialgleichung erster Ordnung. Tipp: benutzen Sie $x = [w, z, v]^\top$ als Zustand und $u = [\alpha, T]^\top$ als Eingang.

3	
---	--

(b) Berechnen Sie das Gleichgewicht (x^{ss}, u^{ss}) für $v = 10 \text{ m/s}$ und $z = 10 \text{ m}$.

$x^{ss} =$	$u^{ss} =$
------------	------------

1	
---	--

(c) Linearisieren Sie das System im Punkt (x^{ss}, u^{ss}) , um das LTI-System $\frac{d\Delta x}{dt} = A\Delta x + B\Delta u$ in den Variablen $\Delta x(t) = x(t) - x^{ss}$, $\Delta u(t) = u(t) - u^{ss}$ zu erhalten. Da wir SI-Einheiten verwenden, können Sie die Einheitssymbole weglassen.

$A =$	$B =$
-------	-------

2	
---	--

(d) Definieren Sie, wann man ein LTI-System $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$, *beobachtbar* nennt. Der Ausgang des Systems ist durch $y(t) = z(t)$ gegeben. Ist das linearisierte System beobachtbar?

2	
---	--

points on page: 5	
-------------------	--

Leeres Blatt für Zwischenrechnungen